

Análisis multifractal por ventanas: aplicación a señales biológicas

Roberto F. Leonarduzzi, Gastón Schlotthauer y María E. Torres^(*)

Laboratorio de Señales y Dinámicas no Lineales-Facultad de Ingeniería – UNER

^(*)metorres@santafe-conicet.gov.ar

Resumen—Ciertas señales obtenidas a partir de sistemas biológicos poseen una gran complejidad de diverso tipo. En los últimos tiempos se han propuesto nuevas herramientas de análisis que permiten extraer información útil de ellas. En particular, el análisis multifractal permite cuantificar el grado y la distribución de las irregularidades de una señal. Un abordaje posible para realizar dicho análisis es el basado en wavelet leaders. En este trabajo se propone aplicar el análisis multifractal basado en wavelet leaders en ventanas de tiempo corto para analizar la evolución del comportamiento multifractal de señales biológicas. Se estudia el efecto de la longitud de la ventana en este tipo de análisis, arrojando luz sobre aspectos a tener en cuenta al proponer la longitud de la ventana de trabajo. En particular, se explora la aplicación de esta técnica a la detección de episodios isquémicos en señales de variabilidad de la frecuencia cardíaca y a la detección de actividad de la voz. Se muestra que el estudio de la evolución temporal de índices obtenidos con el método aquí propuesto brinda información de utilidad oculta en estas señales.

Palabras clave—análisis multifractal, wavelet leaders, variabilidad de la frecuencia cardíaca, detección de actividad de la voz

I. INTRODUCCIÓN

CERTOS sistemas biológicos presentan una gran complejidad. Las señales provenientes de los mismos por lo general son no lineales y no estacionarias y presentan fluctuaciones complejas y muy irregulares, incluso en condiciones de reposo. Esto desafía el concepto tradicional de homeostasis, según el cual los sistemas biológicos saludables están en equilibrio y regulados para reducir la variabilidad [1]. Por el contrario, estos sistemas muestran fluctuaciones erráticas similares a las de aquellos sistemas dinámicos que operan alejados del equilibrio. Justamente, estas fluctuaciones contienen *información oculta* concerniente a los sistemas de control que actúan en este estado de no equilibrio [2].

Para poder lidiar con esa complejidad y extraer esta información oculta en las series temporales, a mediados de la década de 1990 se comenzaron a utilizar diversas herramientas de física estadística. En particular, el formalismo multifractal (MFF) permite analizar los fenómenos de escalamiento y correlaciones a largo plazo presentes en las series temporales, brindando una cuantificación de la distribución de las irregularidades de una serie temporal. Un enfoque estadístico basado en la transformada ondita continua (*continuous wavelet transform* - CWT) dio lugar a una descripción multifractal unificada [3]. Se propusieron otras variantes basadas en el método ondita módulo máximo (wavelet modulus maxima - WMM) [4], la transformada ondita discreta (DWT) [5] y más recientemente las onditas líderes (wavelet leaders - WL) [6],[7].

El análisis multifractal ha sido aplicado al análisis de señales biológicas: secuencias de ADN [4], variabilidad de la frecuencia cardíaca (HRV) [8], EEG [9], marcha [10] y habla [11].

En el presente trabajo se propone aplicar el análisis multifractal basado en WL a ventanas de tiempo corto para analizar la evolución de las características multifractales de una señal. Se discutirá la selección del ancho de ventana sobre señales simuladas y se presentarán dos aplicaciones de esta técnica: a señales de HRV para la detección de episodios agudos de isquemia de miocardio y a la detección de actividad de la voz (VAD).

II. MATERIALES Y MÉTODOS

A. Exponente de Hölder y espectro de singularidades

Sean $x_0 \in \mathbb{R}$ y $\alpha \geq 0$. Una función acotada $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es $C^\alpha(x_0)$ si existe una constante $C > 0$ y un polinomio P que satisfaga $\text{grado}(P) < \alpha$ tal que, en una vecindad de x_0 , se satisfaga la relación $|f(x) - P(x - x_0)| \leq C |x - x_0|^\alpha$. El exponente de Hölder de f en x_0 es $h_f(x_0) = \sup\{\alpha: f \in C^\alpha(x_0)\}$ [7]. El mismo mide la regularidad local de f en el punto x_0 .

Habitualmente, las variaciones del exponente de Hölder a lo largo de una señal son descritas mediante el espectro de singularidades (o espectro multifractal - MFS) $D(h)$. Éste se define como la dimensión de Hausdorff del conjunto de puntos en los que el exponente de Hölder toma el valor h . Es decir que el valor de $D(h)$ indica la proporción de puntos en la señal que tienen regularidad local h .

B. Formalismo multifractal

La determinación del espectro de singularidades de una señal es importante para analizar sus propiedades. Sin embargo, no es posible realizarlo a partir de su definición. Esto se debe a que, por lo general, en las señales multifractales la regularidad local varía abruptamente entre un instante y el siguiente y las limitaciones de resolución finita y período de muestreo no hacen posible su discriminación [7]. Para sortear este problema se recurre a la introducción de un MFF, que provee una forma alternativa de obtener el espectro de singularidades empleando elementos fácilmente computables: las funciones de estructura (SF). Tal como mencionáramos, recientemente en [7] se propuso un nuevo MFF basado en los WL. Este enfoque permitió solucionar muchos de los inconvenientes existentes en los métodos previos. Sus principales atractivos son el hecho de estar basado en la DWT, lo que permite una implementación rápida utilizando el algoritmo de banco de filtros, y su estabilidad numérica.

C. Wavelet leaders

A continuación se presenta una revisión de la definición de los WL y del MFF basado en ellos, siguiendo [7].

Sea ψ_0 una ondita madre con soporte compacto y un número $N \geq 1$ de momentos nulos. Sea $\{\psi_{j,k}(t) = 2^{-j}\psi_0(2^{-j}t-k), j \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{N}\}$ la base ortonormal de $L^2(\mathbb{R})$ formada por las versiones de ψ_0 dilatadas a las escalas 2^j y trasladadas a las posiciones $2^j k$. Los coeficientes de la transformada ondita discreta de una señal f son: $d_f(j, k) = \int_{\mathbb{R}} f(t)2^{-j}\psi_0(2^{-j}t-k)dt$.

Se define una notación especial para los intervalos diádicos. Sea $\lambda = \lambda_{j,k} = [k2^j, (k+1)2^j)$ de forma tal que $d_\lambda \equiv d_f(j, k)$. Finalmente, sea 3λ la unión de λ y sus dos intervalos diádicos adyacentes: $3\lambda_{j,k} = \lambda_{j,k-1} \cup \lambda_{j,k} \cup \lambda_{j,k+1}$.

Los WL se definen como [7]:

$$L_f(j, k) \equiv L_\lambda = \sup_{\lambda' \subset 3\lambda} |d_{\lambda'}|. \quad (1)$$

Es decir, el cálculo del WL para un tiempo y una escala en particular implica la búsqueda del valor del supremo en una vecindad temporal del punto en cuestión, para todas las escalas más finas.

D. Formalismo multifractal basado en onditas líderes

A partir de los WL se calculan las SF:

$$S_L(q, j) = \frac{1}{n_j} \sum_{k=1}^{n_j} |L_f(j, k)|^q. \quad (2)$$

Usando las SF se calcula el exponente de escalamiento (SE):

$$\zeta_L(q) = \liminf_{j \rightarrow 0} \left(\frac{\log_2 S_L(q, j)}{j} \right). \quad (3)$$

Finalmente, el MFS se obtiene mediante:

$$D(h) = \inf_{q \neq 0} (1 + qh - \zeta_L(q)). \quad (4)$$

E. Análisis multifractal por ventanas

En el presente trabajo se propone analizar la evolución temporal de índices que describan el comportamiento fractal de las señales. Para ello se calcula el MFS en ventanas centradas móviles. En cada posición de la ventana se obtienen dos índices que caracterizan el comportamiento multifractal de la señal. Los índices son asociados a la muestra (tiempo) que corresponde al centro de la ventana.

Como primer indicador se mide el valor de regularidad predominante h_{max} , que consiste en el exponente de Hölder para el cual el MFS es máximo: $D(h_{max}) > D(h), \forall h \neq h_{max}$. Un valor pequeño de este índice (cerca de cero) indica una señal muy irregular, con fluctuaciones muy abruptas. Un valor alto de este índice corresponde a una señal con irregularidades más suaves.

Como segundo índice, se mide el grado de multifractalidad de la señal dado por el ancho del MFS al 80% de su altura, A_{80} . Sean h_1 y h_2 tales que $D(h_1) = 0,8 \cdot D(h_{max})$, $h_1 < h_{max}$ y $D(h_2) = 0,8 \cdot D(h_{max})$, $h_2 > h_{max}$, entonces $A_{80} = h_2 - h_1$. Este índice muestra la distribución de los distintos valores de regularidad. Un valor alto de A_{80} indica que la señal posee irregularidades con valores del exponente de Hölder muy distintos (espectro ancho). Un valor bajo de este índice indica que las

irregularidades de la señal tienen exponentes de Hölder similares (espectro estrecho). El caso particular en el que todas las irregularidades tienen el mismo exponente de Hölder se denomina monofractal y su SE es una recta cuya pendiente corresponde al valor del exponente de Hölder. El MFS de un monofractal corresponde a un punto.

F. Señales y bases de datos

Para analizar la influencia de la longitud de la ventana se utilizaron señales artificiales consistentes en la concatenación de tres segmentos de movimiento fraccionario gaussiano (FBM) de distintos exponentes de Hurst: $s=(s1/s2/s3)$. El FBM tiene la característica de ser monofractal: en todo punto el valor del exponente de Hölder es el mismo e igual al exponente de Hurst [7]. Los segmentos $s1$ y $s3$ consistieron en 2^{18} muestras de ruido con exponente de Hurst H_1 y el segmento $s2$ en 2^{19} muestras de ruido con exponente H_2 (ver Fig. 1). Se analizaron distintas combinaciones de los exponentes H_1 y H_2 y 100 realizaciones de cada combinación.

Para el análisis de la HRV se utilizó la base de datos ST-T europea (EDB) [12]. Esta base de datos consiste en registros de ECG de 2 canales y dos horas de duración cada uno. Los registros están digitalizados con una frecuencia de muestreo de 250 Hz. Cada registro cuenta con anotaciones de inicio y finalización de los episodios isquémicos (detectados por expertos a partir de desviaciones del segmento ST y de la onda T) y de las características de cada latido (normal, ectópico, con ruido de diversos tipos, etc).

Las señales RR fueron obtenidas a partir del archivo de anotaciones, tomando la diferencia de tiempo entre dos latidos consecutivos. Posteriormente, todos los intervalos que contuviesen un latido anormal fueron eliminados. Este procedimiento evita la inclusión de artefactos en la serie haciendo innecesario el filtrado. Finalmente, la serie RR fue interpolada uniformemente a una frecuencia de muestreo de 4 Hz utilizando splines cúbicos, dado que en el análisis ondita aplicado se necesitan muestras uniformemente espaciadas.

Para la detección de la actividad de la voz se usó la base de datos BEPPA [13]. Dicha base de datos consiste en un conjunto de palabras y frases de español rioplatense. Los registros fueron grabados usando una frecuencia de muestreo de 48 kHz. En este trabajo preliminar se utilizó la lista de palabras monosilábicas MW02.

III. RESULTADOS

A. Influencia de la longitud de la ventana

Debido a que la señal de análisis está formada por la concatenación de monofractales, se espera que la posición del máximo se mantenga constante en cada segmento (y con un valor próximo al del exponente de Hurst de dicho segmento) y que el ancho del espectro sea pequeño.

En la Fig. 1 se muestra una realización de la señal de movimiento fraccionario descripta en la sección anterior, con $H_1=0,3$ y $H_2=0,7$ así como las evoluciones de los índices para dos longitudes de ventana distintas: 2^{15} muestras y 2^{11} muestras.

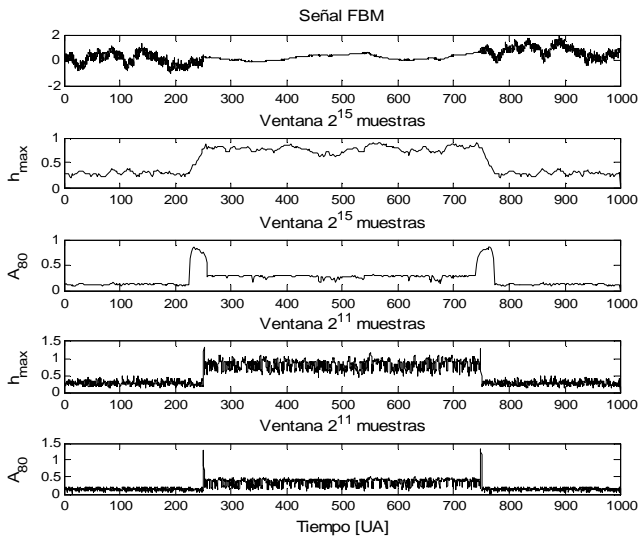


Fig 1: Señal formada por la concatenación de segmentos de FBM de distintos exponentes de Hurst y evoluciones de los índices multifractales para distintas longitudes de ventana. $H_1=0,3$ y $H_2=0,5$.

Se puede apreciar que cuando la longitud de la ventana es grande (2^{15} muestras), h_{max} se mantiene alrededor del valor del exponente de Hurst del ruido con pocas fluctuaciones. Por su lado, A_{80} muestra valores pequeños, con pequeñas fluctuaciones. Por el contrario, al usar una longitud de ventana pequeña (2^{11} muestras) las evoluciones de ambos índices muestran fluctuaciones más amplias. Sin embargo, se mantienen alrededor de los valores esperados. Estas variaciones se deben al hecho de que al disminuir la cantidad de muestras se reduce el número de escalas que es posible obtener con la DWT. Consecuentemente, se pierde precisión en la obtención de los WL al no disponer de escalas suficientemente finas para su cálculo.

La Fig. 2 muestra, para los dos anchos de ventana considerados, las medias y los desvíos estándar (std) para 100 realizaciones de los segmentos s1 y s2. Se indican en negro y en gris las ventanas de 2^{15} y 2^{11} muestras respectivamente. Puntos para exponente H_1 y cruces para H_2 . Se puede apreciar que la media de h_{max} se mantiene cercana al exponente de Hurst correspondiente al segmento para los dos tamaños de ventana, mientras que el std es mayor al usar la ventana más chica. De modo similar, A_{80} muestra el mismo aumento de su std y un aumento en la media al usar ventanas pequeñas. Un estudio más amplio con otros valores de H_1 y H_2 muestra resultados similares [14]. Todo esto ilustra la pérdida de precisión en la estimación de los índices al disminuir el tamaño de la ventana.

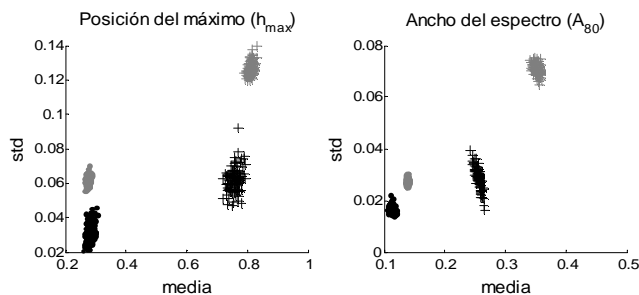


Fig 2: Medias y desvíos estándar de los segmentos de FBM para 100 realizaciones de las señales. Puntos: segmentos con exponente H_1 . Cruces: segmentos con exponente H_2 . Negro: ventana de 2^{15} muestras. Gris: ventana de 2^{11} muestras.

Por otro lado, el uso de ventanas pequeñas permite una mejor resolución temporal. Este fenómeno se observa con claridad en el caso de A_{80} . Cuando se usan ventanas pequeñas las transiciones de los saltos son muy estrechas, mientras que las ventanas grandes producen transiciones anchas (ver Fig.1).

Por lo anterior, la longitud de la ventana a utilizar es un parámetro que debe elegirse con mucho cuidado y como una relación de compromiso entre la resolución temporal y la exactitud de la estimación del espectro.

B. Análisis de episodios isquémicos

En [8] se demostró que el análisis multifractal provee información útil para la valoración de los cambios dinámicos que ocurren durante la isquemia de miocardio. En la Fig. 3 se muestran el SE y el MFS correspondientes a una zona normal y a una zona isquémica del registro e0154 de la EDB. Se puede ver que ante la presencia de isquemia el MFS de la señal de HRV se vuelve más ancho y la regularidad predominante se desplaza hacia exponentes de Hölder mayores (mayor suavidad). Esta misma información se puede ver en el SE. En efecto, el SE correspondiente a la zona isquémica muestra una mayor curvatura y su recta de aproximación por mínimos cuadrados tiene una mayor pendiente (exponente de Hölder de la regularidad predominante).

El análisis por ventanas de las señales RR se realizó utilizando ventanas de 2^{11} muestras (512 s) y un paso de desplazamiento de 128 muestras. En la fig. 4 se muestra la señal RR y la evolución de los índices multifractales descriptos. La señal RR tiene marcado un intervalo isquémico obtenido del archivo de anotaciones de la EDB. Se puede apreciar que al aproximarse a la zona isquémica los dos índices presentan una abrupta subida. Pasado el episodio, ambos índices vuelven a descender.

Hay que tener en cuenta que la isquemia de miocardio conlleva una serie de acontecimientos en la cual los cambios metabólicos preceden a los cambios hemodinámicos y éstos a los electrocardiográficos [15]. Por lo tanto, un episodio isquémico puede manifestarse en la HRV antes que en el ECG.

C. Detección de actividad de la voz

En [11] se propuso un análisis fractal de las señales de habla justificado por los fenómenos de turbulencia asociados con la producción de los sonidos y por la dinámica no lineal del sistema fonador. Dicho análisis se basó en el concepto de dimensión fractal, que caracteriza el comportamiento fractal de una señal utilizando, a diferencia del análisis multifractal, un único índice.

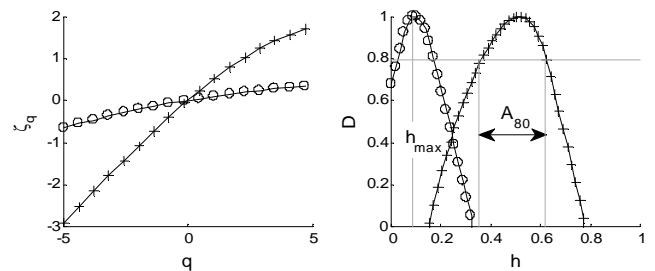


Fig 3: exponentes de escalamiento y espectros de singularidades para una región normal (o) y una región isquémica (+). Adicionalmente, se indican los índices (h_{max} y A_{80}) utilizados.

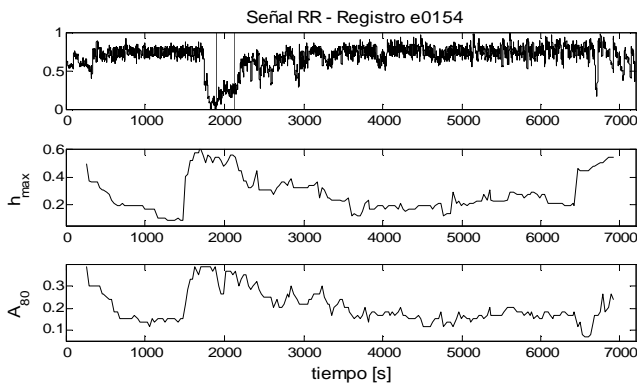


Fig. 4: señal RR con un episodio ST-T demarcado y evoluciones temporales de los dos índices multifractales.

En el presente trabajo se extiende dicho enfoque a un análisis multifractal aplicado a VAD. Se sostiene la hipótesis de que el tipo de regularidad de la señal de voz es distinto al tipo de regularidad del ruido de fondo. Por lo tanto, dicha diferencia debe manifestarse en cambios en el MFS.

Para este análisis se usaron ventanas de 2^{11} muestras (43 ms) con un paso de desplazamiento de 256 muestras.

A modo de comparación se calculó también la evolución temporal de la tasa de cruces por cero (ZC), un índice estándar en VAD, utilizando el mismo tamaño de ventana y paso de desplazamiento que para los índices multifractales.

En la Fig. 5 se muestra el sonograma de la palabra “flan” y las evoluciones de los índices multifractales y de ZC. Se puede ver que h_{max} se comporta de forma similar a ZC, mientras que A_{80} no detecta correctamente la parte final de la palabra. Si se observa con atención el intervalo comprendido entre los 0,3 y los 0,5 seg, que corresponde al fonema fricativo sordo /f/, se puede apreciar que dicho fonema no es reconocido por ZC mientras que los índices multifractales presentan un leve aumento en esa región. En efecto, ZC aumenta ligeramente en el intervalo mencionado, lo cual impide la detección del fonema. Por otro lado, tanto p_{max} como A_{80} presentan un pequeño pico a los 0,3 seg aproximadamente (marcado en la figura), coincidente con el comienzo del fonema, y A_{80} se mantiene ligeramente superior al nivel correspondiente al ruido durante la duración de dicho fonema. Esto último es un detalle a tener en cuenta debido a la importancia de este tipo de fonemas en el idioma español.

Se puede ver que el uso conjunto de ambos índices permite una correcta detección de la actividad de la voz, incluso en fonemas fricativos en los que la tasa de cruces por cero es similar a la del ruido de fondo.

IV. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se propuso y analizó la aplicación del análisis multifractal en ventanas deslizantes de tiempo corto a distintas señales biológicas. Los resultados muestran que el seguimiento de la evolución temporal de los índices derivados del MFS correspondiente a cada ventana es útil para la detección de alteraciones que se reflejen en cambios en la regularidad de la señal.

Adicionalmente, se mostró la importancia de la longitud de la ventana en el análisis. Dicho parámetro siempre debe ser escogido con cuidado y como una relación de compromiso entre resolución temporal y exactitud en las estimaciones.

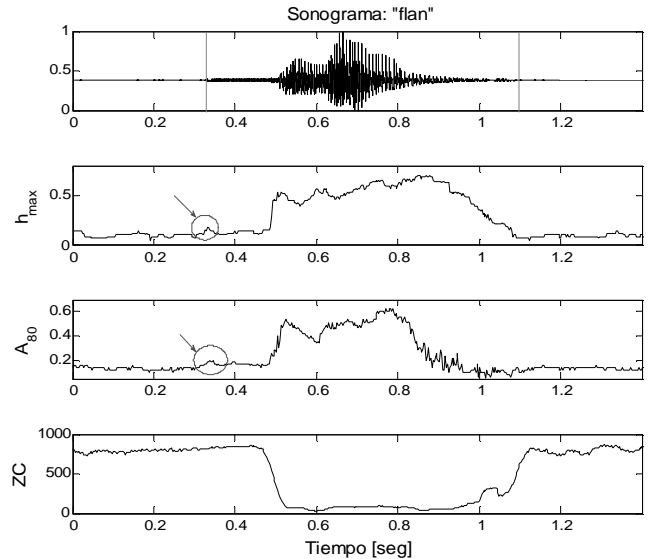


Fig. 5: sonograma de la palabra “flan” y evoluciones temporales de los índices multifractales y ZC. Se encuentran resaltadas las fluctuaciones de los índices que marcan el comienzo del fonema /f/.

REFERENCIAS

- [1] A. L. Goldberger, L. A. N. Amaral, et. al., “Fractal dynamics in physiology: alterations with disease and aging”, *PNAS*, vol. 99, supl. 1, pp. 2466-2472, 2002.
- [2] H. E. Stanley, L. A. N. Amaral, et. al., “Statistical physics and physiology: monofractal and multifractal approaches”, *Physica A*, vol. 270, pp. 309-324, 1999.
- [3] A. Arneodo, E. Bacry & J.-F. Muzy. The thermodynamics of fractals revisited with wavelets. *Physica A*, vol 213, pp. 232-275, 1995.
- [4] A. Arneodo, B. Audit, N. Decoster, J.-F. Muzy & C. Vaillant. Wavelet based multifractal formalism: Application to DNA sequences, satellite images of the cloud structure and stock market data. In *The Science of Disasters: Climate Disruptions, Heart Attacks, and Market Crashes* (A. Bunde, J. Kropp & H. J. Schellnhuber, eds.), pp. 26-102. Springer Verlag, Berlin. 2002.
- [5] D. Veitch y P. Abry, “A wavelet-based joint estimator of the parameters of long-range dependence”, *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 45(3), pp. 878-897, 1999
- [6] S. Jaffard, B. Lashermes y P. Abry, “Wavelet leaders in multifractal analysis”, *Wavelet analysis and applications*, T. Qian, M. Vai, X. Yueheng, Eds. Cambridge, MA: Birkhäuser, pp. 219-264, 2006.
- [7] B. Lashermes, S. Jaffard y P. Abry, “Wavelet leader based multifractal analysis”, *ICASSP 2005*, pp. 161-164, 2005.
- [8] J. L. Godoy, M. M. Aníño y M. E. Torres, “Análisis multifractal de la regulación autonómica del ritmo cardíaco en episodios isquémicos”, *Revista Argentina de Bioingeniería*, vol. 9, pp. 24-29, 2003.
- [9] D. Popivanov, V. Stomonyakov, Z. Minchev et. al, “Multifractality of decomposed EEG during imaginary and real visual-motor tracking”, *Biological Cybernetics*, vol 94, pp. 149-156, 2006.
- [10] B. J. West y N. Scaffeta, “A multifractal dynamical model of human gait”, *Fractals in biology and medicine*, Birkhäuser Basel, pp. 131-140, 2005.
- [11] P. Maragos y A. Potamios, “Fractal dimensions of speech sounds: Computation and application to automatic speech recognition”, *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 105(3), pp. 1925-1932, 1999.
- [12] A. Taddei, G. Distante, M. Emdin, et. al., “The European ST-T Database: development, distribution and use”, *Computers in cardiology*, pp. 177-180, 1990.
- [13] L. Aronson, P. Estienne, D. H. Milone, C. Martínez, H. L. Rufiner y M. E. Torres. “Base de Datos Batería de Evaluación para Pacientes con Prótesis Auditivas (BEPPA)”, *Editorial: FASO (Federación Argentina de Sociedades de Otorrinolaringología)*, Año 14 No 1, pp. 17 – 24, 2007.
- [14] R. F. Leonarduzzi, M. E. Torres y G. Schlotthauer, “Short time multifractal analysis: evaluation of window size and application to biological signals”, *Physica A*, 2009 (en preparación)
- [15] L. G. Gamero, J. Vila y F. Palacios, “Wavelet transform analysis of heart rate variability during myocardial ischemia”, *Medical and Biological Engineering and Computing*, vol 40(1), pp. 72-78, 2002.